

8 (ocho)

COLOQUIO FÍSICA II

Tema 2

19 de diciembre de 2017

Nombre y Apellido: IGNACIO GARAVAGLIA Padrón: 99943

Correo electrónico: nachogaravaglia97@gmail.com Física II A / B / 82.02

Cuatrimestre y año: 2º 2017 JTP: MESADOS Profesor: PAGNOLA N° hojas: 5

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

Problema 1)

Se tienen dos cargas en vacío de valores $q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $q_2 = -1 \mu\text{C}$ ubicadas en $\vec{r}_1 = 1\text{cm } \hat{k}$ y $\vec{r}_2 = -1\text{cm } \hat{k}$, respectivamente.

- B a) Hallar el vector desplazamiento \vec{D} en el punto $\vec{r} = 5\text{cm } \hat{i} + 2\text{cm } \hat{k}$. Determinar el flujo del campo eléctrico \vec{E} en una superficie cerrada cilíndrica de radio 5 cm y altura 4 cm centrada en el origen de coordenadas con su eje longitudinal sobre el eje z.
- M b) Hallar el trabajo que hay que realizar para desplazar cuasiestáticamente una carga $q_3 = 2 \mu\text{C}$ desde el punto $\vec{r} = 5\text{cm } \hat{i} + 2\text{cm } \hat{k}$ hasta el origen de coordenadas.

Problema 2)

Un circuito RLC de alterna (con $L = 200 \text{ mH}$) que es alimentado por la red domiciliaria argentina consume 600 W con un factor de potencia de 0,68. Se sabe que la corriente atrasa respecto de la tensión de la fuente.

- B a) Halle los valores de la corriente eficaz, R y C.
- B b) Indique el valor de las tensiones medido con un voltímetro sobre R, sobre L y sobre C. Realice el diagrama fasorial.

Problema 3)

Por dos hilos paralelos conductores infinitos inmersos en aire separados una distancia $d = 10 \text{ cm}$ circulan corrientes iguales $I = 5 \text{ A}$ y de sentidos opuestos.

- B a) Hallar el vector campo magnético \vec{B} sobre un punto equidistante de ambos hilos. Determinar el valor de la divergencia y rotor de \vec{B} en ese punto.
- R b) Hallar la fuerza por unidad de longitud que experimenta cada hilo.

Problema 4) (Física IIA)

Se tiene un tubo cilíndrico metálico de espesor 3 cm con radio interior 10 cm rodeado de aire que está recorrido interiormente por un fluido que se encuentra a una temperatura de $300 \text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de convección $h_{\text{fluido}} = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C})$. Si el exterior del caño está a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de convección del aire $h_{\text{aire}} = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C})$ y se sabe que la conductividad del metal $\lambda_{\text{metal}} = 10 \text{ W}/(\text{m } ^\circ\text{C})$, se pide que:

- B a) Calcule la pérdida de calor por unidad de longitud del caño.
- A b) Calcule el gradiente de la temperatura para un radio de 12 cm.

① Empiezo calculando el campo generado por la carga q_1

$$\vec{r}_1 = (0\text{m}, 0\text{m}, 0,01\text{m}) \quad (\vec{r} - \vec{r}_1) = (-0,05\text{m}, 0\text{m}, -0,01\text{m})$$

$$\vec{r}_1' = (0,05\text{m}, 0\text{m}, 0,02\text{m}) \quad \|\vec{r} - \vec{r}_1'\| = \sqrt{0,05^2 + 0,01^2} \Rightarrow \|\vec{r} - \vec{r}_1'\| = 0,05, \|\vec{r} - \vec{r}_1'\|^3 = 1,25 \cdot 10^{-4}$$

$$\vec{E}_1 = \int \frac{k \cdot q_1 (\vec{r} - \vec{r}_1')}{\|\vec{r} - \vec{r}_1'\|^3} \Rightarrow \text{Divido la integral en 3, una para cada eje (x, y, z)}$$

$$E_{1x} = \int k \cdot q_1 \cdot \frac{(-0,05\text{m})}{1,25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E_{1x} = -10785062,15 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{1y} = \int k \cdot q_1 \cdot \frac{(0\text{m})}{1,25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E_{1y} = 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{1z} = \int k \cdot q_1 \cdot \frac{(-0,01\text{m})}{1,25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E_{1z} = -2157012,43 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_1 = \left(-10,78 \frac{\text{MV}}{\text{m}}, 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}, -2,16 \frac{\text{MV}}{\text{m}} \right)$$

$$\text{en } \vec{r} = (0,05\text{m}, 0\text{m}, 0,02\text{m})$$

Me acabo de dar cuenta que me confundí de orden ~~definiendo~~ \vec{r}_1 y \vec{r}_1' , ademas no tendria sentido que una carga positiva sea sumadora de campo eléctrico. Por suerte en este caso solo me calabraria el signo del resultado: $\vec{E}_1(0,05, 0, 0,02) = \left(10,78 \frac{\text{MV}}{\text{m}}, 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}, 2,16 \frac{\text{MV}}{\text{m}} \right)$

Ahora calculo el campo generado por q_2 :

$$\vec{r}_2 = (0,05\text{m}, 0\text{m}, 0,02\text{m}) \quad (\vec{r}_2 - \vec{r}_2') = (0,05\text{m}, 0\text{m}, 0,03\text{m})$$

$$\vec{r}_2' = (0\text{m}, 0\text{m}, -0,01\text{m}) \quad \|\vec{r}_2 - \vec{r}_2'\| = 0,058, \|\vec{r}_2 - \vec{r}_2'\|^3 = 1,95 \cdot 10^{-4}$$

$$\vec{E}_2 = \int \frac{k \cdot q_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_2')}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_2'\|^3} \Rightarrow \text{De vuelta, divido la integral en 3}$$

$$E_{2x} = \int k \cdot q_2 \cdot \frac{(0,05\text{m})}{1,95 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E_{2x} = -2304500,46 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{2z} = \int k \cdot q_2 \cdot \frac{(0,03\text{m})}{1,95 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E_{2z} = -1382700,27 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{2y} = 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{E}_2(0,05, 0, 0,02) = \left(-2,3 \frac{\text{MV}}{\text{m}}, 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}, -1,38 \frac{\text{MV}}{\text{m}} \right)$$

Calculo el campo resultante por ppo de superposición.

$$\vec{E}_{\text{tot}}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) \Rightarrow \vec{E}_{\text{tot}}(\vec{r}) = \left(8,48 \frac{\text{MV}}{\text{m}}, 0 \frac{\text{V}}{\text{m}}, 0,78 \frac{\text{MV}}{\text{m}} \right)$$

$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$; como estamos trabajando en el vacío, $\epsilon_r = 1$.

$$\Rightarrow \vec{D}(\vec{r}) = \left(7,15 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, 0 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, 6,91 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right)$$

Me piden $\oint_S \vec{E} \cdot \vec{S}$, ~~allá~~ con $S =$ cilindro de $L = 0,04 \text{ m}$, $r = 0,05 \text{ m}$.

Por el Teorema de Gauss, $\oint_S \vec{E} \cdot \vec{S} = \frac{Q(S)}{\epsilon_0}$. En este caso,

$$Q(S) = zpc = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\Rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot \vec{S} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\epsilon_0} \Rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot \vec{S} = 225881,81 \text{ V}\cdot\text{m}$$

b) $W = \int q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow$ Busco la distancia de ese punto al origen por Pitágoras. $d^2 = (0,05 \text{ m})^2 + (0,02 \text{ m})^2 \Rightarrow d = 0,053 \text{ m}$. Puedo usar una recta cualquiera de esa long., pues el trabajo no depende del camino que tome. Busco el módulo de \vec{E} en ese punto. $|\vec{E}(\vec{r})| = 8515797 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$

$$\Rightarrow W = q_3 \cdot |\vec{E}| \cdot d \Rightarrow W = 0,9 \text{ J}$$

$$|\vec{E}(\vec{r})| = 8,51 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$$

W

E

② Como se trata de la red domiciliar argentina, $f = 50 \text{ Hz}$, $V_g = 220 \text{ V}$.
 Como consume 600 W , $P = 600 \text{ W}$. Factor de potencia $= \cos \varphi = 0,68$; $L = 200 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

$$600 \text{ W} = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{600 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0,68} \Rightarrow I_{\text{eff}} = 4,01 \text{ A}$$

$$\text{A su vez, } 600 \text{ W} = I^2 R \Rightarrow R = 37,31 \Omega \Rightarrow V_R = 149,61 \text{ V}$$

Como $f = 50 \text{ Hz}$ y $\omega = 2\pi f$, $\omega = 314,16$ \Rightarrow Puedo calcular V_L .

$$V_L = I \omega L = 4,01 \text{ A} \cdot 314,16 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \text{ H} \Rightarrow V_L = 251,96 \text{ V}$$

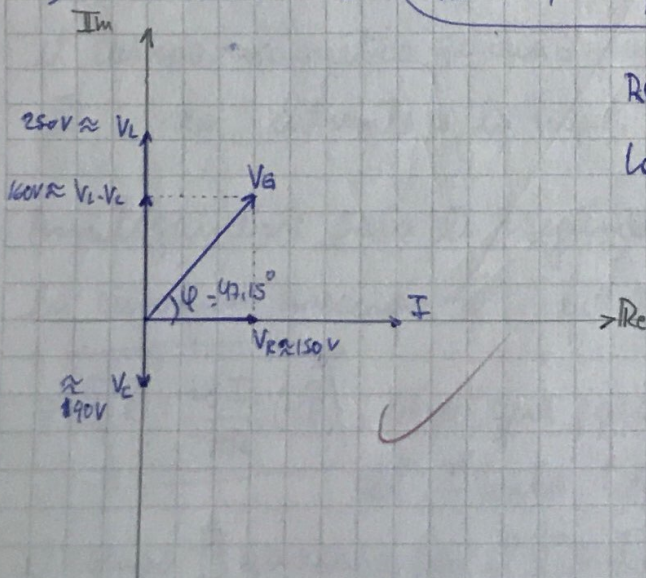
$$V_g^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 \Rightarrow V_g^2 - V_R^2 = V_L^2 - 2V_L V_C + V_C^2 \Rightarrow V_C^2 - 503,92 V_C + 37466,99 = 0$$

$\Rightarrow V_C = 413,26 \text{ V}$ y $V_C = 90,66 \text{ V}$, pero como me dicen que la corriente está atrasada respecto de la corriente, $V_L > V_C \Rightarrow V_C = 90,66 \text{ V}$

$$\text{Además, } V_C = \frac{I}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{I}{\omega V_C} \Rightarrow C = 1,41 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

$$\Rightarrow \text{a) } I_{\text{eff}} = 4,01 \text{ A}, R = 37,31 \Omega, C = 1,41 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

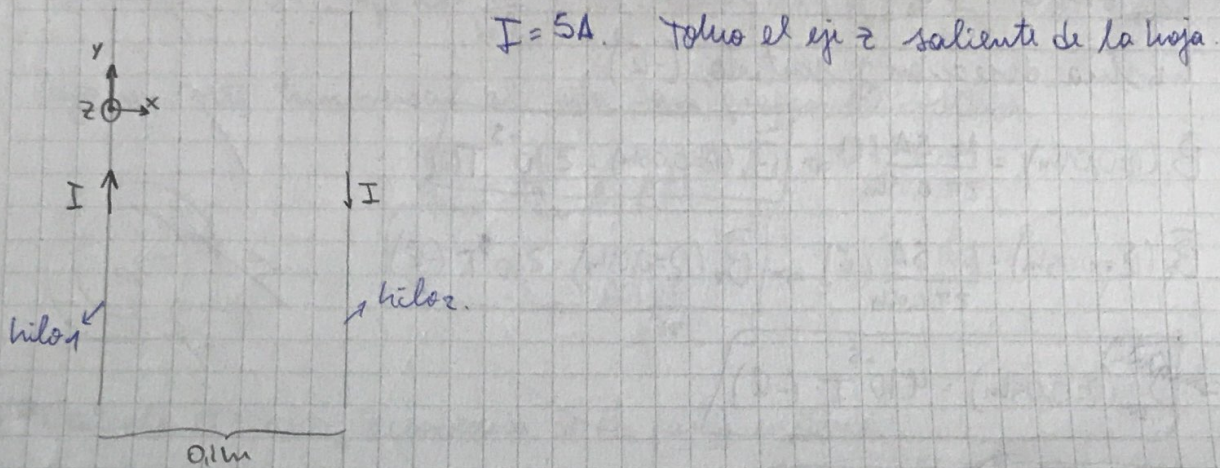
$$\text{b) Lo calculé en a) } V_R = 149,61 \text{ V}, V_L = 251,96 \text{ V}, V_C = 90,66 \text{ V}$$



Referencia: $\underline{\quad} = 50 \text{ V}$

La corriente está en el mismo eje que V_R .

③ Voy a graficar el problema.



Para calcular el campo del 1° hilo infinito (y luego para el 2°), uso la ley de Ampère. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$, y como curva de Ampère elijo circunferencias concéntricas de radio R , pues son curvas en las que el campo magnético \vec{B} tiene valor constante.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow \text{como } \vec{B} \text{ y } d\vec{l} \text{ están en } \hat{\varphi}, \oint B(r) \hat{\varphi} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \oint B dl = \mu_0 I \Rightarrow |B| \cdot l = \mu_0 I \Rightarrow \boxed{B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{\varphi}}$$
 Particularmente, para $R = \frac{d}{2}$.

el campo magnético generado por el primer hilo apunta en dirección $-\hat{k}$, o sea, entrante a la hoja.

Análogamente para la segunda distribución, sólo que ahora usamos la curva en dirección $-\hat{\varphi}$, $\oint B(r) (-\hat{\varphi}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow |B| \cdot l = \mu_0 I$

$$\Rightarrow \boxed{B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (-\hat{\varphi})}$$
, sólo que para esta expresión, R lo mide desde el 2° hilo. Como en el caso anterior, para $R = \frac{d}{2}$,

el campo \vec{B} generado por el 2° hilo también resulta en $-\hat{k}$, o sea, entrante a la hoja.

Entonces, en $\frac{d}{2}$, el campo magnético \vec{B} lo calculo por ppio. de superposición:

$\vec{B}_{\text{TOT}}(R) = \vec{B}_1(R) + \vec{B}_2(R)$; los sumo porque en ese punto, ambos tienen misma dirección y sentido ($-\vec{k}$).

$$\vec{B}_1(R=0,05\text{m}) = \frac{N_0 \cdot SA \cdot (-\vec{k})}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} \Rightarrow \vec{B}_1(R=0,05\text{m}) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} (-\vec{k})$$

$$\vec{B}_2(R=0,05\text{m}) = \frac{N_0 \cdot SA \cdot (-\vec{k})}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} \Rightarrow \vec{B}_2(R=0,05\text{m}) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} (-\vec{k})$$

$$\Rightarrow \vec{B}_{\text{TOT}}(R=0,05\text{m}) = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T} (-\vec{k})$$

$$\nabla \times \vec{B} = N_0 \cdot \vec{I} = 6,28 \cdot 10^{-6}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

NO
Porque?

b) \vec{F}_{12} = fuerza que experimenta el hilo 1 por el campo generado por el hilo 2.

$\vec{F}_{12} = \int I \cdot d\vec{l}_1 \times \vec{B}_2$, como el $d\vec{l}_1$ del hilo 1 está en \vec{j} y \vec{B}_2 en $(-\vec{k})$, la fuerza estará en $(-\vec{i})$.

$$\Rightarrow |F_{12}| = I \cdot L \cdot |B| \cdot \underbrace{\sin \alpha}_{1} \Rightarrow \frac{|F_{12}|}{L} = SA \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \Rightarrow \frac{\vec{F}_{12}}{L} = 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}} (-\vec{i})$$

De igual modo, \vec{F}_{21} = fuerza que experimenta el hilo 2 por el campo generado por el hilo 1.

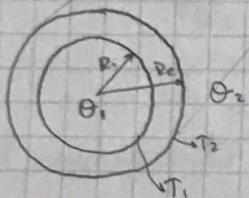
$$\vec{F}_{21} = \int I \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1, \text{ como el } d\vec{l}_2 \text{ está en } (-\vec{j}) \text{ y } \vec{B}_1 \text{ en } (-\vec{k}), \text{ la fuerza estará en } \vec{i} \Rightarrow |F_{21}| = I \cdot L \cdot |B| \cdot \underbrace{\sin \alpha}_{1} \Rightarrow \frac{|F_{21}|}{L} = SA \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \Rightarrow \frac{\vec{F}_{21}}{L} = 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}} \vec{i}$$

Las fuerzas son repulsivas.

4) $R_i = 0,1 \text{ m}$, y como el espesor es $0,03 \text{ m}$, $R_e = 0,13 \text{ m}$.

$\theta_1 = 300^\circ\text{C} = 573 \text{ K}$, $h_1 = 100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}}$, $\theta_2 = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$, $h_2 = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}}$, $\lambda = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$.

Hago un corte transversal al caso para graficar el sistema.



$$\dot{q}_{\text{conv}} = -h_{\text{MEDIO}} \cdot A \cdot \Delta T$$

$$\dot{q}_{\text{cond}} = -\lambda_{\text{METAL}} \cdot A \frac{\partial T}{\partial r}$$

Calculo el calor de convección de la pared interna:

$$\dot{q}_1 = -100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}} \cdot 2\pi \cdot 0,1 \text{ m} \cdot L \cdot (T_1 - 300^\circ\text{C}) \Rightarrow \frac{\dot{q}_1}{L} = \dot{Q}_1 = -62,83 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}} \cdot (T_1 - 300^\circ\text{C})$$

Calculo la convección de la pared externa:

$$\dot{q}_2 = -5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}} \cdot 2\pi \cdot 0,13 \text{ m} \cdot L \cdot (25^\circ\text{C} - T_2) \Rightarrow \frac{\dot{q}_2}{L} = \dot{Q}_2 = -4,08 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}} \cdot (25^\circ\text{C} - T_2)$$

Calculo la conducción en el metal:

$$\dot{q}_{\text{cond}} = -\lambda \cdot 2\pi r L \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Rightarrow \text{integro, } \int \frac{\dot{q}}{\lambda 2\pi r L} dr = - \int dT \Rightarrow \frac{\dot{q}}{L} = \dot{Q}_c, \dot{Q}_c \cdot \frac{\ln(R_e/R_i)}{\lambda 2\pi} = -\Delta T$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_c = -\frac{\lambda 2\pi \Delta T}{\ln(R_e/R_i)} \Rightarrow \dot{Q}_c = -239,48 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}} \cdot (T_2 - T_1)$$

Para calcular el calor, reordeno las ecuaciones y las ~~sumo~~ ^{sumo:}

$$-\frac{\dot{Q}}{62,83} = T_1 - 300^\circ\text{C}$$

$$+ \frac{-\dot{Q}}{4,08} = 25^\circ\text{C} - T_2$$

$$+ \frac{-\dot{Q}}{239,48} = T_2 - T_1$$

$$-\dot{Q} \left[\frac{1}{62,83} + \frac{1}{4,08} + \frac{1}{239,48} \right] = 25^\circ\text{C} - 300^\circ\text{C} \Rightarrow \dot{Q} \cdot (0,265) = -275 \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\dot{q}}{L} = 1037,73 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

GARAVAGUA

FENACIO 99743

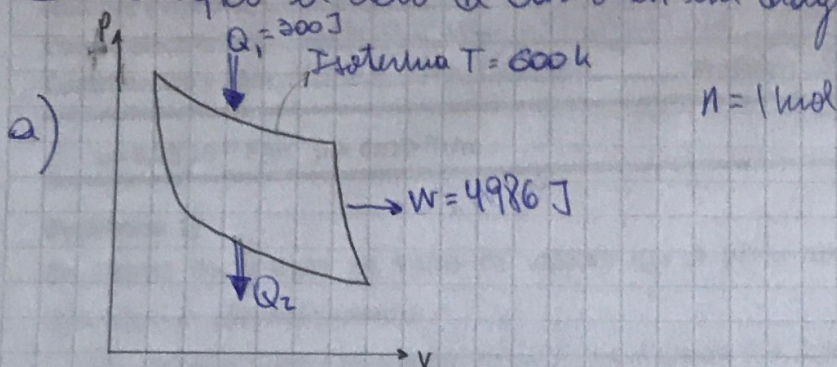
HOJA N° 5

FECHA

b) El gradiente de temperatura es $\frac{\partial T}{\partial r}$, entonces reemplazo en la ec. de conducción del calor $R=0,12$.

$$\Rightarrow \frac{-Q}{2\pi \cdot 0,12 \cdot 10} = \frac{\partial T}{\partial r} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} (r=0,12\text{m}) = -137,63 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

5) Grafico el ciclo de Carnot en un diagrama P vs V .



El rendimiento η de una máquina térmica es $\eta = \frac{W}{Q_1}$.

Uso la expansión adiabática para calcular la temperatura más fría. $\Delta U = Q - W$, y como $Q = 0$ por ser una evolución adiabática, $\Delta U = -W$. A su vez, $\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$, como se trata de un gas monoatómico, $C_v = \frac{3}{2} R$, $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ ✓ $\approx 400 \text{ K}$

$$\Rightarrow 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (T_{\text{fria}} - 600 \text{ K}) = -4986 \text{ J} \Rightarrow T_{\text{fria}} = 600 \text{ K} - 399,8 \text{ K}$$

$\Rightarrow T_{\text{FRÍA}} = 200 \text{ K}$ Como es una máquina de Carnot,

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{200}{600} \Rightarrow \eta = \frac{2}{3}$$

b) Como el rendimiento es $\eta = \frac{W}{Q_1}$ y $W = Q_1 - Q_2$, puedo reordenar la ecuación de la siguiente forma:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \left(\frac{2}{3} - 1\right) Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_2 = -100 \text{ J}$$

es el calor entregado al medio (el \ominus refleja que es calor entregado).